EXERCICE N°1

Une étude statistique a prouvé que la durée d'un appel téléphonique X (exprimée en minutes) suit une loi exponentielle de paramètre 0,3.
1/ Calculer la probabilité qu'un appel dure entre deux et cinq minutes
2/ Calculer la probabilité qu'un appel dépasse cinq minutes
3/ Calculer la probabilité qu'un appel ne dépasse pas deux minutes
4/ On sait qu'une minute d'appel coût 0,125 dinars.
Calculer la probabilité que le coût d'un appel dépasse 2 dinars.

Exercice N°2

Un quincaillier achète des ampoules à trois fournisseurs dans les proportions suivantes : 20 % au premier fournisseur, 50 % au deuxième fournisseur et 30 % au troisième fournisseur.
Le premier fournisseur fabrique 97 % d'ampoules sans défaut, le deuxième fournisseur fabrique 98 % d'ampoules sans défaut, le troisième fournisseur fabrique 95 % d'ampoules sans défaut.
1. On choisit une ampoule au hasard dans le stock. On note D l'événement « l'ampoule est défectueuse », F_1 l'événement « l'ampoule provient du premier fournisseur », F_2 l'événement « l'ampoule provient du deuxième fournisseur » et F_3 l'événement « l'ampoule provient du troisième fournisseur ».
(a) Calculer la probabilité de l'événement D, notée $P(D)$.
(b) Sachant que l'ampoule choisie est défectueuse, quelle est la probabilité $P_D(F_1)$ qu'elle provienne du premier fournisseur ?
Donner la valeur exacte et une valeur approchée à 10^{-3} près de $P_D(F_1)$.
2. On suppose que la probabilité qu'une ampoule soit sans défaut est de 0,969.
On monte 12 ampoules sur un lustre. Calculer la probabilité R qu'une ampoule au plus soit défectueuse.
On donnera une valeur approchée à 10^{-3} près de R.
3. La durée de vie en heures d'une ampoule, notée T, suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = \dfrac{1}{50000} = 2.10^{-5}$.Selon cette loi, pour tout x de $[0,+\infty[$, $P(T \le x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t} dt$.
(a) Quelle est la probabilité P_1 qu'une ampoule dure plus de 25 000 heures ? Donner la valeur exacte de P_1.
(b) Quelle est la probabilité P_2 qu'une ampoule dure plus de 50 000 heures ? Donner la valeur exacte de P_2.
(c) Quelle est la probabilité P_3 qu'une ampoule dure plus de 50 000 heures, sachant qu'elle a déjà duré 25 000 heures ? Donner la valeur exacte de P_3.

Exercice N°3

Un appareil de mesure évalue l'épaisseur (en cm) de pièces mécaniques. L'expérience prouve que l'épaisseur d'une pièce peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme dans l'intervalle [0,1]
1/ Calculer $P(X = 0,6)$ et $P(0,3 \le X \le 0,5)$
2/ Les pièces sont acceptées si l'épaisseur est supérieur à 0,6 cm.
Quelle est la probabilité qu'une pièce soit acceptée ?
3/ Une pièce a une épaisseur supérieur à 0,3. Quelle est la probabilité qu'elle soit acceptée ?

EXERCICE N°4

On considère la suite U définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = e^2\sqrt{U_n} \end{cases}$

1/ Calculer U_1

2/ Soit la suite définie par $V_n = \ln(U_n) - 4$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et préciser son premier terme

b) Exprimer V_n en fonction de n. En déduire U_n en fonction de n.

c) Calculer la limite de U_n

Exercice N°5

Soient les suites U et V définies, sur $\mathbb{N}$ par $U_n = \int_0^1 x^n dx$ et $V_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx$

1/ Montrer que $U_n = \frac{1}{n+1}$ puis calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

2/a) Vérifier que pour tout $x \neq -1$ on a $\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1}$

b) Déduire V_1

c) Montrer que $V_{n+1} + V_n = U_n$

Calculer alors V_2 et V_3

EXERCICE N°6

Soit U la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0.5 \\ U_{n+1} = U_n^2 \end{cases}$

1/a) Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $0 < U_n \leq 0.5$

b) Montrer que U est une suite strictement décroissante

c) En déduire que U est convergente et déterminer sa limite l

2/ On pose $V_n = \ln(U_n)$

a) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $V_n < 0$

b) Montrer que V est une suite géométrique de raison 2

c) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

d) Retrouver $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$